



2023학년도 연세대학교 미래캠퍼스 논술시험예시(창의인재)

【문제 1】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

수열 $\{a_n\}$ 의 각 항을 차례로 덧셈기호 $+$ 로 연결한 식

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

을 급수라고 하며, 이것을 \sum 를 사용하여 기호로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

과 같이 나타낸다.

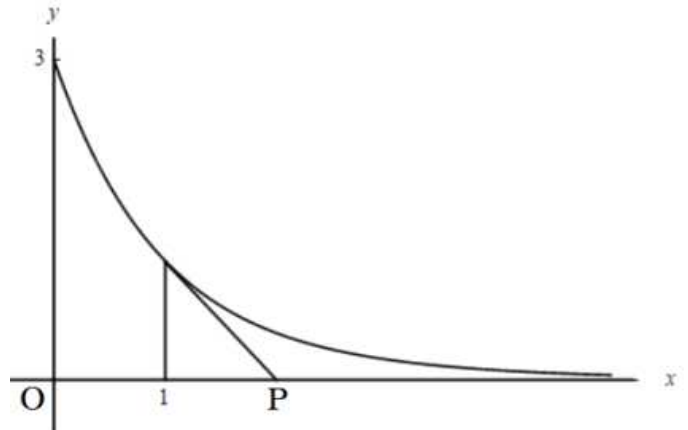
급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

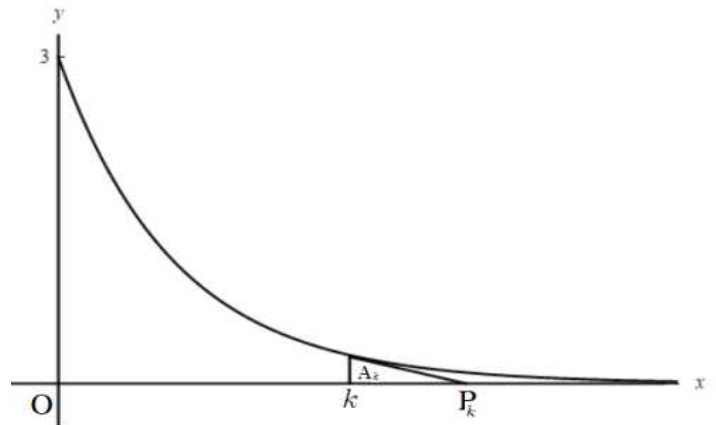
를 이 급수의 제 n 항까지의 부분합이라고 한다.

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 부분합으로 이루어진 수열 $\{S_n\}$ 이 일정한 값 S 에 수렴할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 S 에 수렴한다고 하고 수열 $\{S_n\}$ 이 발산할 때, 이 급수는 발산한다고 한다.

【문제 1-1】 곡선 $f(x) = \frac{3}{e^x}$ 위의 점 $(1, \frac{3}{e})$ 에서 접하는 접선과 x 축이 만나는 점을 P 라 할 때, 세 점 $(1, \frac{3}{e}), (1, 0), P$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하시오.



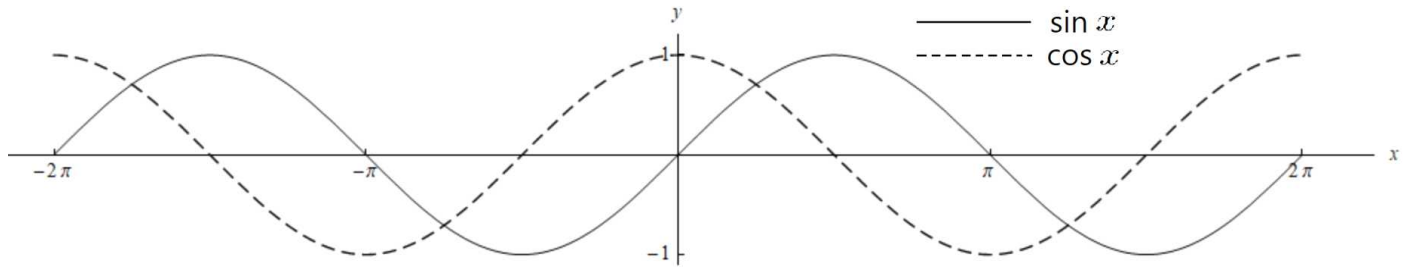
【문제 1-2】 곡선 $f(x) = \frac{3}{e^x}$ 위의 점 $(k, \frac{3}{e^k})$ 에서 접하는 접선과 x 축이 만나는 점을 P_k 라 하자. 세 점 $(k, \frac{3}{e^k}), (k, 0), P_k$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 $A_k(k=1, 2, \dots, n)$ 라고 할 때, $\sum_{k=1}^n A_k$ 를 구하시오.



【문제 1-3】 급수 $\sum_{k=1}^{\infty} A_k$ 의 수렴, 발산을 조사하고, 수렴하면 그 합을 구하시오.

【문제 2】 아래의 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

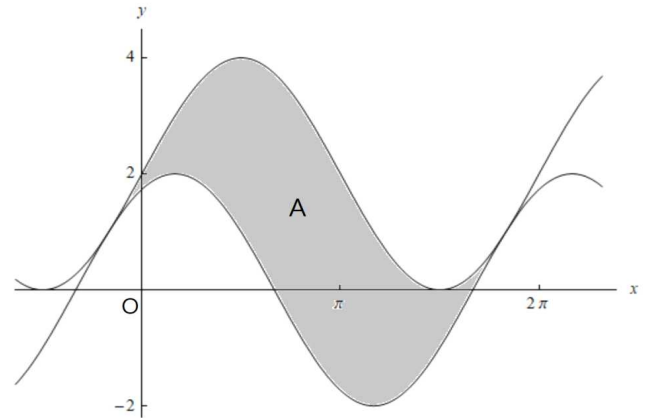
사인함수 $y = \sin x$ 와 코사인함수 $y = \cos x$ 는 주기가 2π 인 주기함수이며 그 그래프는 다음과 같다.



함수 $y = \cos x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하면 함수 $y = \cos(x-a)$ 의 그래프가 되고 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 함수 $y = \cos x + b$ 의 그래프가 된다. 위의 그림에서 $y = \cos x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 평행이동하면 함수 $y = \sin x$ 의 그래프와 겹쳐지므로 임의의 실수 x 에 대하여 $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$ 가 성립한다.

【문제 2-1】 $f(x) = 2\sin x + 2$, $g(x) = 2\cos x$ 라 하자.

함수 $g(x)$ 의 그래프를 x 축을 따라 a 만큼 평행이동 시킬 때, 오른쪽 그림과 같이 두 곡선이 접하게 되는 a 값을 구하시오.

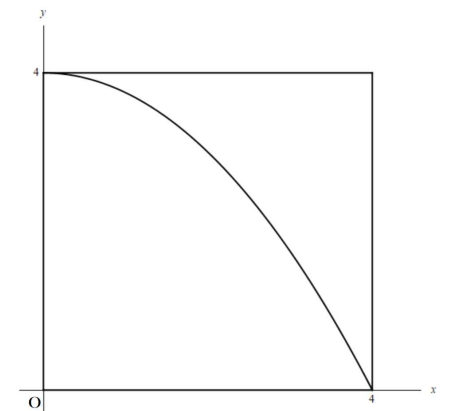


【문제 2-2】 오른쪽 그림과 같이 두 곡선이 접할 때, 구간 $[-\pi, 0]$ 사이의 접점에서 곡선 $f(x) = 2\sin x + 2$ 의 접선의 방정식을 구하시오.

【문제 2-3】 위 그림과 같이 두 곡선이 접할 때, 두 곡선으로 둘러싸인 도형 A의 넓이를 구하시오.

【문제 3】 아래 물음에 답하시오.

【문제 3-1】 한 변의 길이가 4인 정사각형이 좌표평면의 제 1사분면에 오른쪽 그림과 같이 있다. 점 $(0, 4)$ 를 꼭짓점으로 갖고 점 $(4, 0)$ 을 지나는 아래로 오목한 포물선을 그렸을 때, 포물선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.



【문제 3-2】 포물선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형을 오른쪽 그림과 같이 포물선 위의 점 P를 지나는 수평선을 사용하여 A와 B로 나눌 때, A와 B의 넓이가 같아지도록 하는 점 P의 좌표를 구하시오.

