# 2022학년도 연세대학교 미래캠퍼스 논술시험 문제지 [창의인재-의예과(물리학)]

==========================================================================

【문제 1】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(30점)

(가) 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속된다. 그 가속도 $a$는 물체에 작용하는 알짜힘 $F$에 비례하고 질량 $m$에 반비례한다. 이를 수식으로 나타내면 $F = ma$이다. 이것을 뉴턴 운동 제2법칙이라고 한다.

(나) 운동하는 물체의 질량($m$)과 속도($v$)에 비례하는 물리량을 운동량($p$)이라 하고, 물체의 질량과 속도의 곱($p = mv$)으로 나타낸다. 여러 물체 사이에 다양한 상호작용이 발생해도 외력이 작용하지 않으면 운동량의 합은 항상 보존이 되며 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다.

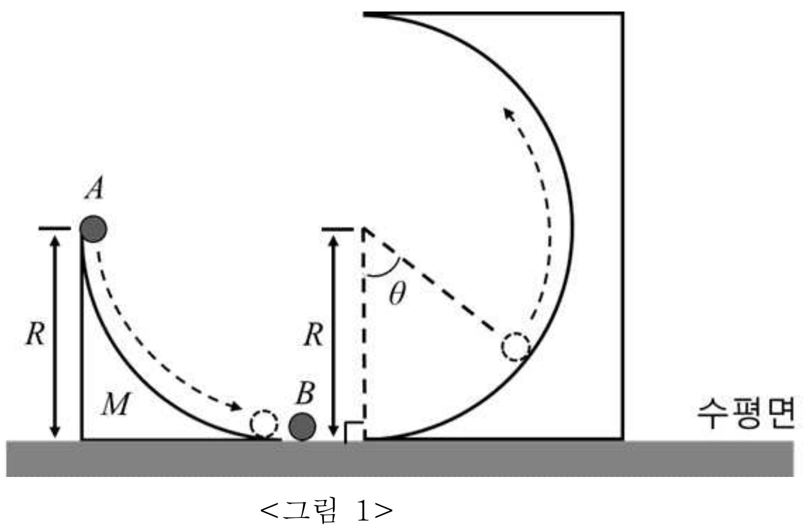
(다) 에너지는 일을 할 수 있는 능력을 의미하며 운동 에너지, 퍼텐셜 에너지, 열에너지 등 다양한 형태로 자연계에 존재한다. 물체가 운동함으로써 운동 에너지를 가지며, 물체의 위치가 달라짐으로써 퍼텐셜 에너지가 달라진다. 역학적 에너지는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합으로 정의된다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 운동하는 동안 서로 전환된다. 그러나 마찰이나 공기 저항을 받지 않는다면 그 합, 즉 역학적 에너지는 늘 일정하다. 이것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다.

(라) 물체가 원운동을 할 때 원의 중심방향으로 구심 가속도가 생긴다. 원운동을 하고 있는 물체에 작용하는 원의 중심을 향한 이 힘을 구심력이라고 부른다. 뉴턴 운동 제2법칙에 따르면, 가속도는 물체에 가해지는 힘과 같은 방향으로 작용한다. 따라서 구심력의 방향은 구심 가속도의 방향과 같고, 구심력의 크기 $F$ 는 뉴턴 운동 제2법칙에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = m\frac{v^2}{r}, \quad (m \text{ 은 원운동 하는 물체의 질량, } r \text{ 은 원운동의 반지름, } v \text{ 는 속도})$$

**※ 아래 문제에서 중력가속도는 $g$ 이고, 공기의 저항과 모든 마찰은 무시한다. 물체 A와 B는 회전하지 않으며 크기는 무시한다. 또한 모든 충돌 전/후 운동 에너지는 보존된다.**

[문제 1-1] <그림 1>과 같이 정지해 있던 질량이 $m$인 물체 A가 중력에 의해 반지름이 $R$인 구형 면을 따라 미끄러져 내려와, 수평면에 정지해 있는 물체 B와 정면으로 충돌한다. 그 이후 물체 B가 다시 반지름 $R$인 구형 면을 따라 올라갈 때, $\theta$가 $180^\circ$가 되는 곳까지 올라가기 위한 B의 질량의 범위를 구하라. (단, 구형인 면을 가지는 두 물체는 수평면에 고정되어 있다.) (15점)




<그림 1>

[문제 1-2] <그림 1>에서 질량이 $M$인 구형인 면을 가지는 물체는 수평면과 마찰이 없이 자유롭게 움직일 수 있다. 정지해 있던 질량이 $m$인 물체 A가 중력에 의해 질량이 $M$이고 반지름이 $R$인 구형 면을 따라 미끄러져 내려와, 수평면에 정지해 있는 물체 B와 정면으로 충돌한다. 그 후 B가 반지름 $R$인 구형 면을 따라 올라갈 때, $\theta$가 $180^\circ$가 되는 곳까지 올라가기 위한 질량 $M$의 범위를 구하라. (단, 오른쪽 구형인 면을 가지는 물체는 수평면에 고정되어 있다.) (15점)

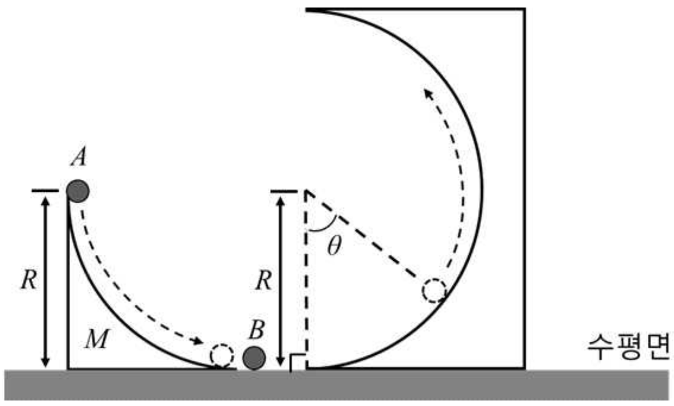
**[문항해설]**

(문제1-1) 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 높은 곳에서 내려온 물체의 속도를 구하고, 운동량 보존 법칙을 이용하여 충돌 후 물체의 속도를 구한다. 다시 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 높은 위치에서 속도를 구하고, 그 속도를 이용하여 구한 구심력과 중력의 크기를 비교하는 문제이다. 역학적 에너지 보존 법칙, 운동량 보존 법칙, 구심력을 이해하고 적용하는 문제이다.

(문제1-2) 역학적 에너지 보존 법칙과 운동량 보존 법칙을 이용하여 높은 곳에서 내려온 물체의 속도를 구하고, 운동량 보존 법칙을 이용하여 충돌 후 물체의 속도를 구한다. 다시 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 높은 위치에서 속도를 구하고, 그 속도를 이용하여 구한 구심력과 중력의 크기를 비교하는 문제이다. 역학적 에너지 보존 법칙, 운동량 보존 법칙, 구심력을 이해하고 적용하는 문제이다.

**[예시답안]**

(문제 1-1) [15점]




==========================================================================

역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 수평면에서 물체 A의 속도를 구한다. (2점)

==========================================================================

1) 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 수평면에서 질량이 m인 물체 A의 속도 $v_A$를 구한다.

$$mgR = \frac{1}{2}mv_A^2$$
$$v_A = \sqrt{2gR}$$

==========================================================================

**운동량 보존 법칙과 운동 에너지 보존 법칙을 이용하여 충돌 후 물체 B의 속도 $v'_B$를 구한다.** (7점)

==========================================================================

2) 운동량 보존 법칙과 운동 에너지 보존 법칙을 이용하여 수평면에서 충돌 후 물체 B의 속도 $v'_B$를 구한다. 물체 B의 질량 $m_B = \alpha m$ 이라고 한다. ($\alpha > 0$)

$$mv_A = mv'_A + \alpha mv'_B$$ 여기서 $v'_A$ 는 충돌 후 A의 속도

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv'^2_A + \frac{1}{2}\alpha mv'^2_B$$

1)에서 구한 $v_A = \sqrt{2gR}$ 와 앞에 두식을 연립해서 풀면

$v'_B = \dfrac{2\sqrt{2gR}}{\alpha+1}$를 구할 수 있다.

==========================================================================

**역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 $\theta = 180^\circ$인 지점에서 물체 B의 속도의 제곱을 구한다.** (3점)

==========================================================================

3) 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 $\theta = 180^\circ$인 지점에서 질량이 $\alpha m$인 물체 B의 속도의 제곱 $v''^2_B$를 구한다.

$$\frac{1}{2}\alpha mv'^2_B = \frac{1}{2}\alpha mv''^2_B + \alpha mg2R$$

2)에서 구한 $v'_B = \dfrac{2\sqrt{2gR}}{\alpha+1}$를 대입해서 풀면

$v''^2_B = \dfrac{8gR}{(\alpha+1)^2} - 4gR$를 구할 수 있다.

====================================================================

**$\theta = 180^\circ$ 인 지점에서 구심력과 중력을 비교하여 B의 질량 범위를 구한다. (3점)**

====================================================================

4) $\theta = 180^\circ$ 인 지점에서 구심력과 중력을 비교한다. 이 지점까지 물체 B가 올라가기 위해서는 구심력이 중력보다 크거나 같아야한다. 이를 이용하여 B의 질량 범위를 구한다.

$$\alpha m \frac{v''^2_B}{R} \geq \alpha m g,\ \ \frac{v''^2_B}{R} \geq g$$

$$v''^2_B \geq gR$$

3)에서 구한 $v''^2_B = \dfrac{8gR}{(\alpha+1)^2} - 4gR$를 대입해서 풀면

$$\frac{8gR}{(\alpha+1)^2} - 4gR \geq gR,\ \ \frac{8}{(\alpha+1)^2} \geq 5$$

$$\frac{8}{5} \geq (\alpha+1)^2,\ \ \alpha+1 \leq \sqrt{\frac{8}{5}},\ \alpha \leq \sqrt{\frac{8}{5}} - 1$$

$$\therefore 0 < m_B \leq (\sqrt{\frac{8}{5}} - 1)m$$

## (문제 1-2) [15점]

====================================================================

**역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 수평면에서 물체 A의 속도를 구한다. (7점)**

====================================================================

1) 질량 $M$의 속력을 $V$, 질량 $m$인 A가 구면을 떠날 때의 속력을 $v_A$라고 하자.

운동량 보존 : $mv_A = MV \quad \Rightarrow \quad V = \dfrac{m}{M} v_A$

역학적 에너지 보존 : $\dfrac{1}{2}MV^2 + \dfrac{1}{2}mv_A^2 = mgR$

위 두식을 이용하여 결과 도출

$$\frac{1}{2}M\left(\frac{m}{M}v_A\right)^2 + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgR$$

$$\frac{1}{2}\frac{m(m+M)}{M}v_A{}^2 = mgR \quad \Rightarrow$$

$$v_A^2 = 2gR\frac{M}{m+M} \qquad \therefore v_A = \sqrt{2gR\frac{M}{m+M}}$$

====================================================================

**운동량 보존 법칙과 운동 에너지 보존 법칙을 이용하여 충돌 후 물체 B의 속도 $v'_B$를 구한다. (2점)**

====================================================================

2) 운동량 보존 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 수평면에서 충돌 후 물체 B의 속도 $v'_B$를 구한다. 물체 B의 질량 $m_B = \alpha m$ 이라고 한다. ($\alpha > 0$)

$$mv_A = mv'_A + \alpha m v'_B \quad \text{여기서 } v'_A \text{ 는 충돌 후 A의 속도}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv'^2_A + \frac{1}{2}\alpha m v'^2_B$$

1)에서 구한 $v_A = \sqrt{2gR\dfrac{M}{m+M}}$ 와 앞에 두식을 연립해서 풀면

$v'_B = \dfrac{2}{\alpha+1}\sqrt{2gR\dfrac{M}{m+M}}$ 를 구할 수 있다.

==============================================================================

**역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 $\theta=180^\circ$인 지점에서 물체 B의 속도의 제곱을 구한다. (2점)**

==============================================================================

3) 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 $\theta=180^\circ$인 지점에서 질량이 $\alpha m$인 물체 B의 속도의 제곱 $v''^2_B$를 구한다.

$$\frac{1}{2}\alpha m v'^2_B = \frac{1}{2}\alpha m v''^2_B + \alpha m g 2R$$

2)에서 구한 $v'_B = \frac{2}{\alpha+1}\sqrt{2gR\frac{M}{m+M}}$ 를 대입해서 풀면

$v''^2_B = \frac{8gR}{(\alpha+1)^2}(\frac{M}{m+M}) - 4gR$를 구할 수 있다.

==============================================================================

**$\theta=180^\circ$인 지점에서 구심력과 중력을 비교하여 M의 조건을 구한다. (4점)**

==============================================================================

4) $\theta=180^\circ$인 지점에서 구심력과 중력을 비교한다. 이 지점까지 물체 B가 올라가기 위해서는 구심력이 중력보다 크거나 같아야한다. 이를 이용하여 B의 질량 범위를 구하고 그 질량이 0보다 크다는 사실을 이용하여 M의 조건을 구한다.

$$\alpha m\frac{v''^2_B}{R} \ge \alpha m g, \quad \frac{v''^2_B}{R} \ge g$$

$$v''^2_B \ge gR$$

3)에서 구한 $v''^2_B = \frac{8gR}{(\alpha+1)^2}(\frac{M}{m+M}) - 4gR$를 대입해서 풀면

$$\frac{8gR}{(\alpha+1)^2}(\frac{M}{m+M}) - 4gR \ge gR, \quad \frac{8}{(\alpha+1)^2}(\frac{M}{m+M}) \ge 5$$

$$\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M}) \ge (\alpha+1)^2, \quad \alpha+1 \le \sqrt{\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M})}, \alpha \le \sqrt{\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M})} - 1$$

$$\therefore 0 < m_B \le (\sqrt{\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M})} - 1)m$$

$m_B > 0$ 때문에 $\sqrt{\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M})} - 1 > 0$ 이다.

$$\frac{8}{5}(\frac{M}{m+M}) > 1, \quad \frac{M}{m+M} > \frac{5}{8}$$

$$M > \frac{5}{8}m + \frac{5}{8}M, \quad \frac{3}{8}M > \frac{5}{8}m$$

$$\therefore M > \frac{5}{3}m$$

【문제 2】 아래 제시문을 읽고 문제에 답하시오.(10점)

(가) 1918년 보어는 원자의 선 스펙트럼 현상을 설명하기 위해 새로운 원자 모형을 제시하였다. 보어가 제시한 원자 모형은 원자의 중심부에는 원자핵이 있고 그 주위를 전자가 궤도 운동 하는 것이다. 단, 전자는 원자핵 주위의 아무 곳에나 존재하는 것이 아니라, 특정한 에너지 상태를 가진 궤도에만 존재한다. 이 모형에 따르면 원자 내의 전자는 특정한 조건을 만족시키는 궤도만 허용되고, 이 궤도를 따라 운동할 때에는 전자기파를 방출하지 않으며, 전자가 한 궤도에서 다른 궤도로 옮길 때에만 그 차이에 해당하는 에너지를 광자로 방출하거나 흡수한다. 이처럼 전자는 불연속적인 에너지만을 가질 수 있는데 이를 전자의 에너지가 양자화되었다고 하며, 이때의 에너지 상태를 **에너지 준위**라고 한다.

(나) 고체는 이루고 있는 물질에 따라 전기가 잘 흐르는 것도 있고 잘 흐르지 못하는 것도 있다. 전류가 잘 통하는 정도인 전기 전도성에 따라 도체, 절연체, 반도체로 나눈다. 이처럼 고체 물질들이 다른 전기적 특성을 띠는 까닭을 에너지띠 구조로 설명할 수 있다.

(다) 고체 내의 전자들은 에너지띠가 있는 영역의 에너지 준위에만 존재할 수 있으며, 에너지띠가 없는 영역에서는 존재할 수 없다. 이처럼 전자가 존재할 수 없는 영역을 띠 간격이라고 한다. 물질마다 이러한 띠 간격이 다르게 나타나며, 이 차이에 따라 물질의 전기 전도성이 달라진다. 원자 내부의 전자들은 허용된 띠의 에너지가 낮은 준위부터 채워져 나간다. 전자가 채워져 있는 에너지띠 중에서 원자핵과 가장 멀리 떨어져 원자의 가장 바깥쪽에 해당하는 에너지띠를 원자가 띠라고 하고, 원자가 띠 위에 비어 있는 에너지띠를 전도띠라고 한다.

[문제 2-1] 기체 원자의 에너지 준위와 고체 원자의 에너지 준위 분포가 어떻게 다른지 서술하고, 그 이유를 구체적으로 설명하시오. (4점)

[문제 2-2] 도체, 절연체, 반도체의 에너지띠 구조를 각 영역의 용어를 포함하여 그리고, 이를 이용하여 각각 물질의 전기 전도성을 설명하시오. (6점)

**[문항해설]**

(문제2-1) 고체/기체 원자 사이의 거리를 비교하고 에너지 준위가 모여 에너지띠가 이루게 된다는 것을 이해하고 설명하는 문제이다.
(문제2-2) 고체(도체, 절연체, 반도체)의 에너지띠 구조를 이해하고 띠 간격에 크기에 따른 도체, 절연체, 반도체의 전도성을 설명하는 문제이다.

(문제 2-1) [4점]

========================================================================
고체/기체 원자 사이의 거리 비교 (2점)
인접한 여러 에너지 준위가 모여 연속적으로 보이는 에너지띠를 이루게 된다. (2점)
========================================================================

기체의 경우 원자와 원자 사이의 간격이 멀어 원자들 사이에 서로 영향을 주지 않는다. 반면에 고체의 경우에는 원자 사이의 간격이 가까워서 원자들끼리 서로 영향을 미친다. (2점)

기체에서는 원자 사이의 간격이 매우 멀어 다른 원자들이 전자의 궤도에 영향을 거의 주지 않기 때문에 같은 종류의 기체 원자에서는 전자의 에너지 준위의 분포가 거의 같다.
고체는 원자들 사이의 간격이 가까워서 인접한 원자들이 서로의 전자 궤도에 영향을 준다. 따라서 기체와 비교하면 고체일 때 전자들의 에너지 준위는 미세한 차이를 두면서 인접한 값을 가지게 된다. 원자의 수가 점점 더 많아지면, 에너지 준위는 거의 연속적인 띠를 이루게 된다. 우리가 가시적으로 볼 수 있는 고체의 내부는 셀 수 없이 많은 원자들로 이루어져 있으므로, 전자의 에너지 준위가 매우 가깝게 존재하게 되면서 거의 연속적으로 보이게 된다. 이렇게 인접한 여러 에너지 준위가 모여 연속적으로 보이는 영역을 에너지띠라고 한다. (2점)

(문제 2-2) [6점]

========================================================================
고체(도체, 절연체, 반도체)의 에너지띠 구조를 띠 간격에 유의하면서 그린다. (3점)
띠 간격의 크기에 따른 도체, 절연체, 반도체의 전도성을 설명한다. (3점)
========================================================================

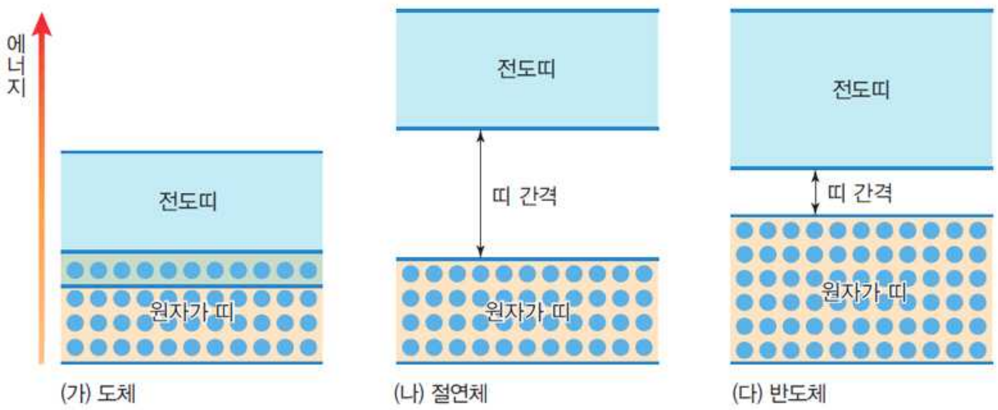


그림 II-18 도체, 절연체, 반도체의 에너지띠 구조

도체, 절연체, 반도체의 에너지띠 구조를 띠 간격에 유의하면서 그린다. (3점)
*각 영역의 용어(전도띠, 원자가 띠, 띠 간격)가 정확하지 않으면 감점

도체는 원자가 띠와 전도띠가 붙어 있다.(혹은 띠 간격이 없다.) 따라서 약간의 에너지만 흡수해도 원자가 띠의 전자가 쉽게 전도띠로 이동하여 자유 전자가 되므로 전기 전도성이 좋다. (1점)

절연체는 원자가 띠에 전자들이 꽉 차 있어서 전자들이 고체 내부에서 자유롭게 이동하지 못한다. 원자가 띠의 전자들이 에너지를 흡수하여 전도띠로 올라가면 자유롭게 이동할 수 있지만, 위에 그림과 같이 절연체는 원자가 띠와 전도띠 사이의 띠 간격이 넓다. 따라서 높은 전압을 걸어 주어도 띠 간격을 뛰어넘을 정도로 충분한 에너지를 갖지 못하므로 전기 전도성이 매우 낮다. (1점)

반도체는 원자가 띠에 전자들이 꽉 차 있어서 전자들이 자유롭게 이동하지 못하지만, 위의 그림과 같이 원자가 띠와 전도띠 사이의 띠 간격이 좁아서 전자들이 적당한 에너지를 흡수하면 전도띠로 올라갈 수 있다. (1점)